

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ – VRANCEA****9 februarie 2025****CLASA a IX-a**

Subiectul 1. În trapezul $ABCD$, bazele $AB=a$, $CD=b$ și $M \in [AD]$ astfel încât $\frac{AM}{MD} = \frac{a}{b}$. Dacă $MN \parallel AB$ și $N \in [BC]$, atunci arătați că $(a+b) \cdot \overrightarrow{MN} = 2b \cdot \overrightarrow{AB}$ (a, b numere reale pozitive).

(* * *)

Subiectul 2. Se consideră numerele reale strict pozitive a, b, c, x, y, z cu $a+b+c=x+y+z$ și $a^2+b^2+c^2=x^2+y^2+z^2$. Dacă $\max\{a, b, c\} \leq \max\{x, y, z\}$, arătați că $\min\{a, b, c\} \leq \min\{x, y, z\}$.

(GM 9/2024)

Subiectul 3. Determinați numărul natural N , unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real x , iar
$$N = \left[\sqrt{2025^2 - 2025} \right] + \left[\sqrt{2025^2 - 2024} \right] + \dots + \left[\sqrt{2025^2 + 2024} \right] + \left[\sqrt{2025^2 + 2025} \right]$$

(prelucrare GM 2024)

Subiectul 4. În sistemul de coordonate (XOY) se consideră $A(0, \sqrt{m^2 + n^2})$, $B(m, -n)$ și

$C(-m, -n)$. Dacă H este ortocentrul triunghiului ABC , determinați în funcție de numerele reale pozitive m și n , coordonatele vectorului $\vec{u} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}$.

(* * *)

Propunători: *prof. Bucur Mioara - Colegiul Economic Mihail Kogălniceanu, Focșani*
prof. Uleanu Cătălin - Colegiul Național Alexandru Ioan Cuza, Focșani

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.